







# Die FIBONACCI - Zahlen

- Leonardo Pisano, genannt Filius Bonaccii (lat. für Sohn des Bonaccio) veröffentlichte im Jahr 1202 das Buch „Liber abaci“ („Über den Abakus“), indem er das damalige Wissen über die Arithmetik und Algebra zusammenfasste
- in diesem Buch befand sich u.a. folgende Aufgabe:

*Ein neugeborenes Hasenpaar wird in einen umzäunten Garten gesetzt. Jedes Hasenpaar erzeugt während seines Lebens jeden Monat ein weiteres Paar. Ein neugeborenes Paar wird nach einem Monat fruchtbar und bekommt somit nach zwei Monaten seine ersten Nachkommen. Es soll angenommen werden, dass die Hasen nie sterben. Wieviele Hasenpaare sind nach einem Jahr in diesem Garten?*

## Lösungsüberlegungen:

1. Monat	2. Monat	3. Monat	4. Monat	5. Monat	6. Monat
					
1 Paar	1 Paar	2 Paare	3 Paare	5 Paare	8 Paare

- zu Beginn des ersten Monats ist ein Paar im Garten, welches nach 2 Monaten seine ersten Nachkommen erhält
- dieses junge Paar bekommt erst zwei Monate später Nachkommen, also gibt es im vierten Monat nur ein neues Paar vom ursprünglichen Hasenpaar
- nach Analyse dieser Entwicklung erhält man die Lösungs- bzw. Berechnungsvorschrift für die Bestimmung der Anzahl A der Hasenpaare nach n Monaten:

$$A(n) = A(n-1) + A(n-2) \quad \text{für } n \geq 2$$

(Anzahl der Paare des Vormonates plus die Hasenpaare des vorletzten Monates, da diese alle jeweils ein neues Hasenpaar zur Welt bringen)

- da die Berechnung von A(n) auf A(n-1) und A(n-2) zurückgreift, also (doppelt) rekursiv ist, muss zusätzlich der Rekursionsabbruch genannt werden:  $A(0) = 0$  und  $A(1) = 1$

### Einige Werte aus der Reihe der Fibonacci – Zahlen:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A(n)	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233

### Die rekursive Definition lautet:

$$A(0) = 0$$

$$A(1) = 1$$

$$A(n) = A(n-1) + A(n-2) \text{ für } n \geq 2$$

**Hinweis:** Auch  $A(1)=1$  und  $A(2)=1$  könnten als Abbruchbedingung verwendet werden!

### Der Aufrufbaum für A(6) sieht wie folgt aus:

