

Grenzen der Berechenbarkeit

(A) Das Goldbach- Problem

In einem Brief an den bekannten Mathematiker Leonhard Euler beschrieb Christian Goldbach im Jahr 1742 (Goldbach war damals Sekretär an der Petersburger Akademie der Wissenschaften) folgende Behauptung:

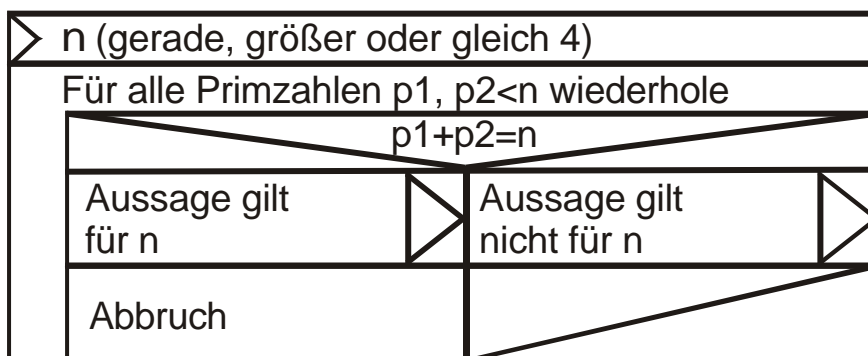
„Jede gerade Zahl ≥ 4 lässt sich als Summe zweier Primzahlen darstellen!“

Euler interessierte sich für dieses Problem nicht, dennoch wurde es zu einem der bekanntesten - bis heute ungelösten - mathematischen Problemen.

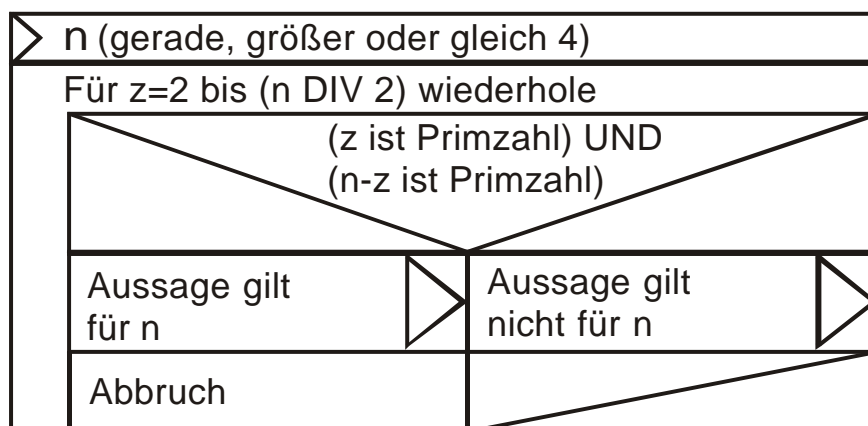
Für die ersten geraden Zahlen gilt die Goldbach'sche Vermutung, denn:

$$4 = 2+2 \quad 6 = 3+3 \quad 8 = 3+5 \quad 10 = 3+7 \quad 12 = 5+7 \quad 14 = 7+7 \quad \dots$$

Ein Algorithmus zur Prüfung der Goldbach- Eigenschaft könnte wie folgt arbeiten:



Besser (effektiver) ist folgende Variante:



Hierbei wird die Anzahl der Wiederholungen und der Überprüfungen reduziert.

```
PROGRAM Goldbach;
```

```
USES crt;
```

```
VAR n, z, i : integer;
```

```
FUNCTION prim (zahl: integer): boolean;
```

```
BEGIN
```

```
    prim := true;
```

```
    FOR i := zahl-1 DOWNTO 2 DO
```

```
        IF zahl mod i = 0 THEN BEGIN
```

```
            prim := false; break;
```

```
        END;
```

```
END;
```

```
FUNCTION goldi(n: integer): boolean;
```

```
BEGIN
```

```
    FOR z:=2 TO (n DIV 2) DO
```

```
        IF prim(z) AND (prim(n-z)) THEN
```

```
            BEGIN
```

```
                writeln(n, ' = ', z, ' + ', n-z);
```

```
                goldi:=true;
```

```
                break;
```

```
            END ELSE goldi := false;
```

```
END;
```

```
BEGIN
```

```
    REPEAT
```

```
        clrscr;
```

```
        writeln('Goldbach-Problem');
```

```
        writeln;
```

```
        write('Waehle n (>= 4, gerade): ');
```

```
        readln(n);
```

```
    UNTIL (n MOD 2 = 0) AND (n >= 4);
```

```
    IF goldi(n) THEN writeln('Fuer ', n, ' gilt die  
                            Goldbach-Vermutung!')
```

```
    ELSE writeln('Fuer ', n, ' gilt die Goldbach-  
                Vermutung nicht!');
```

```
    readln;
```

```
END.
```